



УДК 159.9.018.4

Ю. Т. Глазунов

## О МАТЕМАТИЧЕСКОМ МОДЕЛИРОВАНИИ ПРОСТРАНСТВА ПСИХИЧЕСКИХ ОБРАЗОВ

*Обосновывается необходимость использования математической модели пространства психических образов человека в психологии, медицине и других науках. Установлена связь рассматриваемого пространства с физическим пространством-временем. Показана возможность структуризации введенного пространства и построения в нем различных вариантов метрики.*

*This article stresses the need to use a mathematical model of the space of mental images in psychology, medicine, and other sciences. The author identifies the relation between such space and the space-time of physics. The article shows opportunities for structuring the space and introducing different types of metrics within it.*

**Ключевые слова:** психический образ, пространство, понятие, математическая модель.

**Key words:** mental image, space, concept, mathematical model.

Понятие «пространство психических образов» принадлежит к числу наиболее фундаментальных. Изучение пространства психических образов и построение его модели имеет огромное значение не только в теоретической психологии или философии, но и в решении прикладных задач медицинского и иного характера [1]. Пространство психических образов не метафора. За ним стоит особого рода реальность, которая, однако, не может быть объектом отражения нашей психики, поскольку сама является ее структурной составляющей. Именно поэтому мы и создаем модель этого образования.

Что представляет собой пространство психических образов и почему нужно его исследовать? Казалось бы, все необходимые для изучения внутреннего мира человека категории мы уже имеем. Мы употребляем такие понятия, как «психика», «психическое пространство», «сознание», «подсознание», «память» и ряд других, способных, на первый взгляд, вместить в себя как имеющиеся, так и создаваемые нами конструкции духовного мира. Почему же необходимо строить еще одно пространство?

Существует несколько склоняющих нас к этому обстоятельств. Во-первых, единые, общепринятые определения перечисленных выше категорий на данный момент отсутствуют. Во-вторых, говоря о психических образах, различные авторы (согласно собственному вкусу) размещают их в любом из упомянутых выше психических образований, но



каждое из них при ближайшем рассмотрении выполняет собственную функцию, которая с психическими образами связана лишь частично.

Наиболее отчетливо это проявляется на примере памяти. Все образы в конечном счете попадают в память, где и хранятся. Казалось бы, для привязки их к внутреннему миру человека этого вполне достаточно. Однако — нет. Сохранять и воспроизводить психические образы только часть дела. Они находятся в динамике: изменяются под действием производимых над ними операций, «перемещаются» относительно друг друга в пространстве и во времени, порождают новые психические образы и т.п. Очевидно, что функцией воспроизведения динамики внутреннего мира память не обладает. Она может служить только частью структурированного пространства, в котором находятся сами образы и определены методы работы с ними.

Рассматриваемое пространство интересует нас еще и потому, что используемые в процессе математического моделирования объекты не могут находиться в «свободном плавании». Они должны быть привязаны к стабильной конструкции. Определяемое нами пространство и будет выполнять роль такой конструкции.

Пространство психических образов, которое мы обозначаем далее как  $\mathcal{L}$ -пространство («пи-пространство»), существует только благодаря особенностям мозга конкретного человека. Оно должно быть адекватно сопряжено с пространством внешнего мира, так как восприятие этого мира и психомоторная деятельность человека возможны только тогда, когда реальное пространство и его отражение в каком-то смысле подобны друг другу, а поскольку большинство воспроизводимых  $\mathcal{L}$ -пространством объектов существуют в физическом пространстве и во времени,  $\mathcal{L}$ -пространство должно отображать эти измерения.

Говоря о физическом пространстве и времени, мы представляем обычно абсолютное пространство классической механики и равномерно текущее время. Такое представление — результат нашего воспитания в рамках классической физики.

Окружающее нас физическое пространство мы воспринимаем как бесконечное в каждом своем измерении трехмерное евклидово пространство. Оно самостоятельная сущность, представляющая собой независимое от материальных объектов универсальное их вместилище. Это пространство характеризуется отношением порядка и наличествует даже тогда, когда не содержит в себе никаких объектов. Время представляется равномерным потоком, перемещающим расположенные в абсолютном пространстве материальные объекты из бесконечного прошлого в бесконечное будущее.

Трудно вообразить себе нечто подобное находящимся в нашей голове. И тем не менее в  $\mathcal{L}$ -пространстве все это отображается, хотя само пространство психических образов появляется только с первыми его элементами. Без психических образов оно просто не существует. Возникает оно вместе с отношениями порядка, благодаря чему психические образы укладываются в определенную систему, способную воспроиз-



дить пространственно-временные отношения реального мира. Как это происходит?

Говоря, например, о расстоянии  $\rho$  между двумя населенными пунктами  $A$  и  $B$ , мы не ощущаем в своем мозгу длины, не «видим» метрической шкалы. Мы представляем это расстояние в форме участка соседнего леса, граничащего с ним распаханного поля, возвышающихся на окраине поля строений и других объектов, располагающихся между интересующими нас точками непрерывно и в определенной последовательности. Это и создает ощущение расстояния  $\rho(A, B)$ . То же самое можно сказать и о времени как последовательности событий.

Итак, пространство психических образов целостно, непрерывно и обладает собственными измерениями и законами. Перейдем к его наполнению.

Мы определяем *психический образ* как элемент  $\mathcal{P}$ -пространства, являющийся отражением составляющих окружающего мира, психофизического состояния человека или созданный воображением. Образы представлены в форме хранящихся в памяти информационных следов, а выполняют функцию звеньев, связующих внутренний мир человека с миром материальной реальности.

Будучи элементами внутреннего мира, психические образы существуют в  $\mathcal{P}$ -пространстве не изолированно. Они складываются в некую структурированную систему, в которой занимают определенные места, развиваются по мере уточнения наших о них представлений, вступают между собой в какие-то постоянные или временные отношения, объединяются в конструкции более высоких порядков и порождают новые психические образы.

Все это напоминает реальную жизнь в физическом пространстве и времени. Однако мы понимаем, что это только аналогия и не все психические образы играют конструктивную роль. Например, трудно трактовать образы, возникающие в результате галлюцинаций, сновидений или при болезненном состоянии организма, поэтому здесь мы сосредоточимся только на тех элементах  $\mathcal{P}$ -пространства, которые имеют ясный смысл и поддаются однозначному определению, т.е. на понятиях.

*Понятием* называется отображенное в мышлении единство существенных свойств, связей и отношений предметов или явлений; мысль, выделяющая и обобщающая предметы некоторого класса по их признакам. Одновременно это и элементарная единица ментальной деятельности, обладающая самостоятельностью и устойчивостью. В своей отвлеченности понятие противостоит конкретности восприятия. Оно противостоит и слову, которое трактуется как знак понятия.

Процесс образования понятия описывается в терминах гомоморфизма. Разбивая интересующее нас множество объектов реального мира  $I$  на классы «эквивалентных» в каком-то отношении элементов (т.е. игнорируя не интересующие нас различия элементов одного класса),

мы получаем множество классов. Гомоморфизм состоит в отображении целого класса объектов, например  $a_1, a_2, a_3$  в один  $\mathcal{P}$ -пространственный образ  $A$  (рис.). Так возникает гомеоморфное исходному множество понятий  $A, B, C$ .

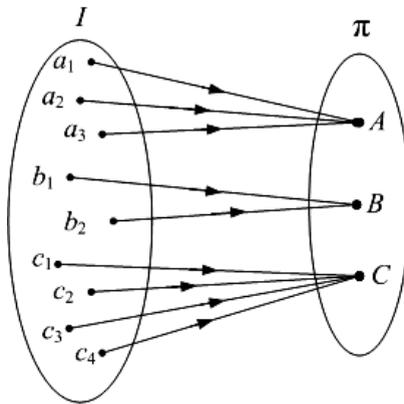


Рис. Гомоморфное отображение элементов реального мира  $I$  в компоненты пространства психических образов  $\mathcal{P}$

Понятие не только обобщает предметы, но и выделяет их из окружения. Так, понятие «эмоция» отражает то, что свойственно всем эмоциональным переживаниям, и одновременно отличает этот психический феномен от всех остальных.

Каждое понятие имеет содержание и объем. *Содержанием понятия* называется совокупность существенных признаков и связей предметов, отраженных в этом понятии. Например, содержание понятия «эмоция» состоит из следующих признаков: «развивающийся во времени психический процесс», «феномен, присущий человеку и животным», «возникает в условиях контакта с внешним объектом или иным психическим образом», «ощущается как внутреннее переживание с ярко выраженной окраской», «имеет переменную интенсивность».

*Объемом понятия* называется совокупность предметов, которая содержится в данном понятии. Предметы, входящие в объем понятия, называют классом. Класс состоит из подклассов. Так, в определяемый понятием «эмоция» класс входят подклассы положительных и отрицательных эмоций, эмоционального отклика, эмоциональной вспышки, эмоционального взрыва, эмоционального состояния и др. На предметном уровне этот объем становится более детализированным. К эмоциям относятся: гнев, ревность, любовь, страх, зависть, жалость, восторг, радость, удивление, грусть, обида, злоба, испуг, отчаяние и т. д.

Понятие связано со словом, а его объем и содержание — со значением и смыслом этого слова. *Значение слова* — это обозначаемый им предмет или класс предметов, их свойства и другие характеристики. *Смысл слова* показывает, какая информация о предмете в нем содержится.



Можно считать, что значение слова отвечает объему соответствующего понятия, а смысл — в какой-то мере его содержанию. Поэтому каждый  $\mathcal{M}$ -пространственный образ имеет свое значение и выражает свой смысл.

Некоторые из  $\mathcal{M}$ -пространственных образов могут иметь только смысл, но не иметь значения, если они не отражают ни одного реально существующего предмета (например, «кентавр», «кубический шар» и т.п.). Благодаря слову элементы  $\mathcal{M}$ -пространства связаны с правилами логики, а через это — с предметами окружающего мира.

Поскольку как содержание понятия, так и его объем — это множества, то в  $\mathcal{M}$ -пространстве должны действовать известные операции над множествами. Применительно к понятиям они представляют собой действия, в результате которых на основе уже существующих понятий зарождаются новые, изменяется содержание и объем понятий. Рассмотрим те из действий, которые мы используем в дальнейшем. (Двоеточие в рассматриваемых далее формулах читается как «обладает тем свойством, что», символ  $\wedge$  — как «и», а символ  $\vee$  — как «или».)

Пересечение множеств  $A$  и  $B$  определяется как

$$A \cap B = \{x : x \in A \wedge x \in B\}, \quad (1)$$

а их объединение — как

$$A \cup B = \{x : x \in A \vee x \in B\}. \quad (2)$$

Дополнение множеств  $A$  и  $B$  имеет вид

$$A \setminus B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}, \quad (3)$$

а их симметрическая разность записывается в форме

$$A - B = (A \cup B) \setminus (A \cap B) = \{x : (x \in A \wedge x \notin B) \vee (x \notin A \wedge x \in B)\}. \quad (4)$$

Структуру понятия как  $\mathcal{M}$ -пространственного образа можно представлять с помощью предикатов. Не углубляясь в проблемы логики высказываний, мы покажем только, как это делается.

*Предикат* (от лат. *praedicatum* — сказанное) — высказывание, в котором о субъекте суждения что-то утверждается или отрицается, а следовательно, оно может быть истинным или ложным. В частности, одноместный предикат определяет отношение принадлежности к некоторому множеству.

Примером построения высказывания с помощью предиката может служить выражение вида:

$$xA(x), \quad (5)$$

где  $x$  — множество предметов, выделяемых и обобщаемых в понятии;  $A(x)$  — предикат, которым выражена система признаков, лежащая в основе обобщения и выделения этих предметов. Поскольку предикаты принимают только два значения, то к ним применимы все операции



булевой алгебры, например: отрицание, импликация, конъюнкция, дизъюнкция и т. д. Рассмотрим некоторые из них.

Конъюнкцией предикатов  $A(x)$  и  $B(x)$  называется новый предикат  $A(x) \wedge B(x)$ , который принимает значение «истина» при тех и только тех значениях  $x$ , при которых каждый из предикатов принимает значение «истина», и «ложь» — во всех остальных случаях.

Дизъюнкцией предикатов  $A(x)$  и  $B(x)$  называется предикат  $A(x) \vee B(x)$ , который принимает значение «ложь» при тех и только тех значениях  $x$ , при которых каждый из предикатов принимает значение «ложь», и «истина» — во всех остальных случаях.

Отрицанием предиката  $A(x)$  называется новый предикат  $\bar{A}(x)$ , который принимает значение «истина» при всех значениях  $x$ , при которых предикат  $A(x)$  принимает значение «ложь», и «ложь», если  $A(x)$  принимает значение «истина».

Импликацией предикатов  $A(x)$  и  $B(x)$  называется новый предикат  $A(x) \rightarrow B(x)$ , который является ложным при тех и только тех значениях  $x$ , при которых  $A(x)$  принимает значение «истина», а  $B(x)$  — «ложь», и принимает значение «истина» во всех остальных случаях.

В качестве примера конструирования  $\mathcal{M}$ -пространственных образов рассмотрим способ формирования понятия «стремление к достижению цели». Область, из которой выделяются мотивы (а именно о них идет речь), — подмножество психических переживаний  $X \subset \mathcal{M}$  (душевных состояний, вызванных сильными восприятиями). Пусть  $x \in X$ , т. е. является психическим переживанием. Символами  $P, Q, S, R$  обозначим соответственно признаки «побуждение к действию», «направленность на достижение цели», «назначение», «удовлетворение потребности». Тогда структура понятия «мотив», выраженная языком логики предикатов, может быть записана как

$$x(P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x) \wedge S(x)). \quad (6)$$

Обозначая понятие «мотив» символом  $M$ , а логическое равенство — двойной стрелкой, можно составить следующее выражение:

$$M \Leftrightarrow x(P(x) \wedge Q(x) \wedge R(x) \wedge S(x)). \quad (7)$$

Последнее равенство раскрывает содержание мотива как побуждения к действию, направленному на достижение цели, служащей удовлетворению потребности. Одновременно оно отличает образ психического состояния от мотива как ритмической единицы мелодии, составной части сюжета или характерного элемента, орнамента.

Легко заметить, что знак эквивалентности в последнем равенстве справедлив не всегда. Если в качестве  $x$  выбрать иной элемент подпространства  $X$ , например «восторг», предикат (6) приобретает значение «ложь» и равенство (7) перестает выполняться. Этот факт открывает



широкие возможности для построения структуры не только отдельных образов, но и сложных их комбинаций.

Каждый  $\mathcal{P}$ -пространственный образ несет в себе некоторое количество информации. *Информация* — это сведения об объектах и явлениях окружающей среды, их параметрах, свойствах и состоянии, которые уменьшают неопределенность и неполноту знания о них.

Рассмотренное выше  $\mathcal{P}$ -пространство допускает различные виды структуризации. Предположим, что произведение психического образа  $B$  на вещественное число  $n$  означает новое понятие  $nB$  с количеством признаков, увеличенным в  $n$  раз. Тогда  $\mathcal{P}$ -пространство можно нормировать и создать в нем разновидность еще одной метрики.

Выразим через  $I_B$  количество информации, содержащейся в психическом образе  $B$ , и примем его за норму элемента  $B \in \mathcal{P}$ , обозначаемую как  $\|B\|$ , т. е.

$$\|B\| = I_B. \quad (8)$$

Легко показать, что так сформулированная норма относительно операции сложения множеств выполняет все аксиомы нормы. Действительно, согласно приведенному выше определению информации, имеем следующее:

- 1)  $\|B\| \geq 0$  и  $\|B\| = 0$  тогда и только тогда, когда понятие отсутствует (т. е. имеет нулевое число признаков);
- 2)  $\|B \cup D\| \leq \|B\| \cup \|D\|$ ;
- 3)  $\|nB\| = |n| \|B\|$ .

Прикладное значение введенной таким способом нормы состоит в том, что  $\mathcal{P}$ -пространство становится метрическим. Действительно, согласно теории банаховых пространств [2], в нормированном пространстве психических образов автоматически возникает метрика с расстоянием  $r$  между образами  $A$  и  $B$ , вычисляемым по формуле

$$r(A, B) = \|A - B\|. \quad (9)$$

Заметим, что эта разновидность расстояния существенно отличается от обсуждавшегося выше расстояния  $\rho(A, B)$ . Однако оно также может быть полезно. Появление такой метрики открывает возможность установления близости элементов  $\mathcal{P}$ -пространства согласно введенной выше норме без их привязки к физическому пространству.

Заметим в заключение, что  $\mathcal{P}$ -пространство довольно универсально. Легко показать, что периодически возникающие в различных науках о человеке «пространства» только его подпространства.

Например, американский психолог Чарльз Осгуд в методе семантического дифференциала использует понятие семантического пространства [3]. Координатами объекта в этом пространстве служат его оценки, полученные с использованием биполярных оценочных шкал. Противоположные полюса этих шкал заданы с помощью антонимов,



между которыми размещаются численные значения качества оцениваемого объекта. К таким «пространствам» относят, например, конструкции, основанные на использовании шкал, представленных в ниже следующей таблице.

### Примеры оценочных шкал Чарльза Осгуда

Параметр	Отрицательный полюс	Оценка	Положительный полюс
Качество	Плохой	-3 -2 -1 0 1 2 3	Хороший
Сила	Слабый	-3 -2 -1 0 1 2 3	Сильный
Активность	Пассивный	-3 -2 -1 0 1 2 3	Активный

68

Трудно не заметить, что эти три «пространства» являются ни чем иным, как подпространствами  $\mathcal{N}$ -пространства. Действительно, оцениваемые величины — элементы  $\mathcal{N}$ -пространства, а введенный таким способом масштаб — также часть пространства психических образов.

Мы отдаем себе отчет в том, что представленная нами модель отражает только часть свойств, присущих пространству психических образов. Реальные возможности  $\mathcal{N}$ -пространства много шире представленных выше. В частности, предполагается, что мозг может пользоваться особой, отличной от всех известных математике геометрией, сочетающей дискретность и непрерывность. Происходит это в экстремальных ситуациях, связанных с выраженной угрозой для жизни человека. Когда человек переходит барьер, отделяющий обычные условия жизни от экстремальных, его способности отображения действительности преобразуются. Например, в условиях аварии самолета время растягивается и приобретает пунктирный характер, что создает дополнительные возможности для принятия решения. В некоторых случаях возникает даже эффект предвидения ближайших событий. Это отмечают многие пережившие катастрофу пилоты самолетов.

### Список литературы

1. Брагина Н.Н., Доброхотова Т.А. Функциональные асимметрии человека. 2-е изд., перераб. и доп. М., 1988.
2. Глазунов Ю.Т. Вариационные методы. М.; Ижевск, 2006.
3. Osgood C.E., Suci G., Tannenbaum P. The Measurement of Meaning. University of Illinois Press, 1957.

### Об авторе

Юрий Трофимович Глазунов — д-р техн. наук, проф., Балтийский федеральный университет им. И. Канта, Калининград.  
E-mail: glazunow@mif.pg.gda.pl

### About author

Prof. Yuri Glazunov, I. Kant Baltic Federal University, Kaliningrad.  
E-mail: glazunow@mif.pg.gda.pl